

**Propiedad 0** El determinante de la inversa de una matriz coincide con el inverso del determinante de la matriz.

$$|A^{-1}| = 1/|A|$$

**Propiedad 1.** El determinante de una matriz coincide con el de su transpuesta.

$$|A| = |A^t|$$

**Propiedad 2.** Si una fila o una columna de una matriz se multiplica por un número, el determinante queda multiplicado por dicho número.

$$|F_1, F_2, \dots, a \cdot F_k, \dots, F_n| = a \cdot |F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, F_n|$$

$$|C_1, C_2, \dots, a \cdot C_k, \dots, C_n| = a \cdot |C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_n|$$

**Propiedad 3.** Si una matriz de orden n se multiplica por un número, el determinante queda multiplicado por dicho número elevado a n.

$$|a \cdot A| = a^n |A|$$

**Propiedad 4.** Si una fila o una columna de una matriz se descomponen en dos sumandos, el determinante de dicha matriz coincide con la suma de los determinantes de dos nuevas matrices donde cada una contiene uno de estos sumandos.

$$|F_1, F_2, \dots, F_k + F'_k, \dots, F_n| = |F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, F_n| + |F_1, F_2, \dots, F'_k, \dots, F_n|$$

$$|C_1, C_2, \dots, C_k + C'_k, \dots, C_n| = |C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_n| + |C_1, C_2, \dots, C'_k, \dots, C_n|$$

Ojo: Cuidado con sumas en varias filas/columnas:

$$|F_1, F_2 + F'_2, F_3 + F'_3| \neq |F_1, F_2, F_3| + |F_1, F'_2, F'_3|$$

$$|F_1, F_2 + F'_2, F_3 + F'_3| = |F_1, F_2, F_3| + |F_1, F_2, F'_3| + |F_1, F'_2, F_3| + |F_1, F'_2, F'_3|$$

**Propiedad 5.** El determinante del producto de dos matrices coincide con el producto de los determinantes.

$$|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$$

**Propiedad 6.** Si se permutan dos filas o dos columnas de una matriz, el determinante cambia de signo.

$$|F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, F_j, \dots, F_n| = -|F_1, F_2, \dots, F_j, \dots, F_k, \dots, F_n|$$

$$|C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_j, \dots, C_n| = -|C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_k, \dots, C_n|$$

**Propiedad 7.** Si una matriz tiene una fila o columna de ceros, su determinante es 0.

$$|F_1, F_2, \dots, 0, \dots, F_n| = 0$$

$$|C_1, C_2, \dots, 0, \dots, C_n| = 0$$

**Propiedad 8.** El determinante de una matriz con dos filas o columnas proporcionales es 0.

$$|F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, a \cdot F_k, \dots, F_n| = 0$$

$$|C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, a \cdot C_k, \dots, C_n| = 0$$

**Propiedad 9.** Si una fila o columna de una matriz es combinación lineal de otras filas o columnas, el determinante de la matriz es 0.

$$|F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, F_j, \dots, a \cdot F_j + b \cdot F_k, \dots, F_n| = 0$$

$$|C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_j, \dots, a \cdot C_j + b \cdot C_k, \dots, C_n| = 0$$

**Propiedad 10.** Si a una fila o columna le sumamos una combinación lineal de otras filas o columnas, el determinante de la matriz no varía.

$$|F_1, F_2, \dots, F_k, \dots, F_j, \dots, F_i + a \cdot F_j + b \cdot F_k, \dots, F_n| = |F_1, F_2, \dots, F_n|$$

$$|C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_j, \dots, C_i + a \cdot C_j + b \cdot C_k, \dots, C_n| = |C_1, C_2, \dots, C_n|$$

Ojo: La fila que se cambia no se puede multiplicar por ningún coeficiente:

$$|F_1, F_2, F_3| \neq |F_1, 2 \cdot F_2 - 3 \cdot F_1, F_3| \quad |F_1, F_2, F_3| = \left| F_1, F_2 - \frac{3}{2} F_1, F_3 \right|$$