

SOLUCIÓN PARTICULAR

EDO LINEALES ORDEN N

➤ LINEAL ORDEN N:

$$a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_1(x)y' + a_0(x)y = b(x)$$

$a_n(x), a_{n-1}(x), \dots, a_0(x), b(x)$ continuas en $I \subset \mathbb{R}, a_n(x) \neq 0$

$$y^{(n)} + g_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + g_1(x)y' + g_0(x)y = f(x)$$

- $f(x) = 0 \Rightarrow$ EDO lineal homogénea
- $g_{n-1}(x), \dots, g_1(x), g_0(x)$ constantes \Rightarrow EDO lineal coef. ctes.
- $y_g = y_h + y_p$

SOLUCIÓN DE LA HOMOGÉNEA

- solución: $y_h = C_1y_1 + C_2y_2 + \dots + C_ny_n$
 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\} \wedge W(y_1, y_2, \dots, y_n) \neq 0$

➤ COEFICIENTES CONSTANTES:

$$y^{(n)} + c_{n-1}y^{(n-1)} + \dots + c_1y' + c_0y = 0$$

- Ecuación característica: $r^n + c_{n-1}r^{n-1} + \dots + c_1r + c_0 = 0$
 - ✓ raíces reales simples: r_1, r_2, r_3, \dots
 $y_\alpha = C_1e^{r_1x} + C_2e^{r_2x} + C_3e^{r_3x} + \dots$
 - ✓ raíces reales multiplicidad m: r_1, \dots
 $y_\beta = (C_0 + C_1x + \dots + C_{m-1}x^{m-1})e^{r_1x} + \dots$
 - ✓ raíces complejas conjugadas: $a \pm bi, \dots$
 $y_\gamma = e^{ax}(C_1 \cos(bx) + C_2 \sin(bx)) + \dots$
- $y_h = y_\alpha + y_\beta + y_\gamma$

➤ COEFICIENTES NO CONSTANTES: ?

- MÉTODO: COEFICIENTES INDETERMINADOS
- ❖ sólo coeficientes constantes

- $f(x) = P_n(x) \Rightarrow y_p = Q_n(x)$
- $f(x) = ke^{\alpha x} \Rightarrow y_p = Ae^{\alpha x}$
- $f(x) = m \cos \alpha x + n \sin \alpha x \Rightarrow y_p = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x$
- Suma o producto de ellas \Rightarrow Suma o producto de ellas

Derivamos, sustituimos y resolvemos

- MÉTODO: VARIACIÓN DE PARÁMETROS
- ❖ necesitamos conocer $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$

- solución: $y_p = u_1y_1 + u_2y_2 + \dots + u_ny_n$

$$\left. \begin{array}{l} u'_1y_1 + u'_2y_2 + \dots + u'_ny_n = 0 \\ u'_1y'_1 + u'_2y'_2 + \dots + u'_ny'_n = 0 \\ \dots \\ u'_1y_1^{(n-1)} + u'_2y_2^{(n-1)} + \dots + u'_ny_n^{(n-1)} = f(x) \end{array} \right\} \tilde{W} \cdot \begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ \dots \\ u'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ f(x) \end{pmatrix}$$

Cramer

➤ CASO ORDEN 2: $y'' + g_1(x)y' + g_0(x)y = f(x)$

$$y_1 \Rightarrow y_2 = y_1 \int \frac{1}{y_1^2} e^{-\int g_1(x)dx} dx$$