TEOREMAS DEL CÁLCULO

Teorema de Bolzano. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ con valores de signos opuestos en sus extremos, $f(a) \cdot f(b) < 0$, entonces existe al menos un punto $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.

Sirve para aproximar numéricamente (acotar) las raíces de cualquier función (soluciones de cualquier ecuación).

Teorema de los valores intermedios de Darboux. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces para todo k que cumpla $f(a) < k < f(b)$ (o en su caso $f(a) > k > f(b)$) existe al menos un punto $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = k$.

Generalización para del teorema de Bolzano

Teorema de Weierstrass. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces la función toma en el intervalo un valor que es máximo absoluto y otro valor que es mínimo absoluto, es decir, existen valores $c, d \in [a, b]$ tal que $f(c) = m \leq f(x) \leq M = f(d)$.

Garantiza la existencia de cotas bajo ciertas condiciones.

Teorema de Rolle. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y derivable en el intervalo abierto (a, b), y además se cumple que $f(a) = f(b)$ entonces existe al menos un punto $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.

Sirve para localizar extremos relativos de cualquier función. El contrarrecíproco ayuda al teorema de Bolzano a demostrar que la solución de una ecuación es única.

Teorema del valor medio de Lagrange. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$ y derivable en el intervalo abierto (a, b), entonces existe al menos un punto $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

Establece que bajo ciertas condiciones siempre va a existir un punto donde la recta tangente tenga una pendiente igual a la tasa de variación media de un intervalo dado.

Teorema del valor medio del cálculo integral. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, entonces existe al menos un punto $c \in [a, b]$ tal que $\int_a^b f(x)dx = f(c)(b-a)$.

Establece que bajo ciertas condiciones siempre va a existir un punto que permita determinar el área bajo una curva como el área de un rectángulo.

Teorema fundamental del cálculo integral. Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, y $\mathrm{F(x)} = \int_a^x f(t)dt$ con $x \in [a, b]$, entonces $F(x)$ es derivable en el intervalo abierto (a, b) y su derivada vale $F'(x) = f(x)$.

Establece que la derivada y la integral son operaciones naturalmente inversas.

Segundo teorema fundamental del cálculo integral (Regla de Barrow). Si $f(x)$ es una función continua en el intervalo cerrado $[a, b]$, y $\mathrm{F(x)}$ es una primitiva de $f(x)$, entonces $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Permite resolver una integral definida a partir de la primitiva de una función.